

**EINSENDESCHLUSS****Freitag, 6. November 2026****LÖSUNGEN HOCHLADEN UNTER**

rho.math.uni-rostock.de/aufgaben/2610/abgabe

**Hinweise.** Aufgabe 1 ist zum Einstieg gedacht, die Aufgaben 2 bis 4 sind mittelschwer, Aufgabe 5 ist eine Herausforderung.

- Alle Antworten sind vollständig zu begründen. Ein Ergebnis ohne Herleitung gilt nicht als Lösung.
- Auch Teillösungen und gut begründete Ansätze werden gewertet.
- Die Aufgaben sind ohne KI-Unterstützung zu bearbeiten. Das macht viel mehr Spaß.

**Aufgabe 1 Zahlen an der Tafel**

Einstieg ★ ☆ ☆

An der Tafel stehen die Zahlen  $1, 2, 3, \dots, 2026$ . In einem Schritt wählt man zwei der Zahlen aus, wischt beide weg und schreibt stattdessen den Betrag ihrer Differenz an. Nach 2025 Schritten steht nur noch eine einzige Zahl an der Tafel.

Welche Zahlen können am Ende an der Tafel stehen?

**Aufgabe 2 Eine Quadratzahl**

mittelschwer ★ ★ ☆

Bestimme alle positiven ganzen Zahlen  $n$ , für die die Zahl

$$n \cdot 2^n + 1$$

eine Quadratzahl ist.

**Aufgabe 3 Ein Dreieck im Quadrat**

mittelschwer ★ ★ ☆

Gegeben ist ein Quadrat  $ABCD$  mit der Seitenlänge 1. Im Inneren der Seite  $BC$  liegt ein Punkt  $E$ , im Inneren der Seite  $CD$  ein Punkt  $F$ , und zwar so, dass das Dreieck  $CEF$  den Umfang 2 hat.

- Beweise, dass  $\angle EAF = 45^\circ$  gilt.
- Beweise, dass die Gerade  $EF$  den Kreis um  $A$  mit dem Radius 1 berührt.

**Aufgabe 4 Eine langsam wachsende Folge**

mittelschwer ★ ★ ☆

Die Folge  $(a_n)$  ist definiert durch

$$a_1 = 1, \quad a_{n+1} = a_n + \frac{1}{a_n} \quad (n \geq 1).$$

Bestimme die größte ganze Zahl, die nicht größer als  $a_{2026}$  ist.

**Aufgabe 5 Nachbarn auf dem Brett**

Herausforderung ★ ★ ★

Es sei  $n \geq 2$  eine ganze Zahl. In die  $n^2$  Felder eines  $n \times n$ -Brettes werden die Zahlen  $1, 2, \dots, n^2$  eingetragen, jede genau einmal. Zwei Felder heißen *benachbart*, wenn sie eine gemeinsame Seite haben. Für eine solche Belegung sei  $D$  die größte Differenz zwischen den Zahlen zweier benachbarter Felder.

Bestimme in Abhängigkeit von  $n$  den kleinstmöglichen Wert von  $D$ .